LIBRIS | We know books

Marius Perianu
Mircea Fianu
Dana Heuberger

Matematică

Clasa a VIII-a

II

art educational

LIBRIS We know Cuprins

Algebră

I. Calcul algebric în $\mathbb{R}$. Funcții. Elemente de statistică

I.1. Ecuația de gradul al doilea 10

Teste de evaluare 22
Fișă pentru portofoliul individual (A1) 23

I.2. Funcții. Funcții definite pe mulțimi finite 25

I.3. Funcția de forma $f: D \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ 36

Teste de evaluare 48
Fișă pentru portofoliul individual (A2) 53

I.4. Elemente de statistică: indicatorii tendinței centrale 55

Teste de evaluare 63
Fișă pentru portofoliul individual (A3) 65

I.5. Probleme pentru performanță școlară și olimpiade 67

Geometrie

II. Arii și volume ale unor corpuri geometrice

II.1. Distanțe și măsuri de unghiuri pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice studiate 74

Teste de evaluare 79
Fișă pentru portofoliul individual (G1) 81

II.2. Prisma dreaptă cu baza poligon regulat 83

II.3. Paralelipipedul dreptunghic 87

II.4. Cubul 91

Teste de evaluare 94
Fișă pentru portofoliul individual (G2) 95

II.5. Piramida regulată 97

II.6. Trunchiul de piramidă regulată 102

Teste de evaluare 106
Fișă pentru portofoliul individual (G3) 107

II.7. Cilindrul circular drept 109

II.8. Conul circular drept 113

II.9. Trunchiul de con circular drept 117

II.10. Sfera 121

Teste de evaluare 124
Fișă pentru portofoliul individual (G4) 125

II.11. Probleme pentru performanță școlară și olimpiade 127

LEBRIS | books

III. Variante de subiecte pentru evaluarea sumativă
Varianta 1 132
Varianta 2 132
Varianta 3 133
Varianta 4 133
Varianta 5 134
Varianta 6 134

Soluții 135

LIBRIS Algebra We know books

10	I.1	Ecuația de gradul al doilea
22		Teste de evaluare
23		Fișă pentru portofoliul individual (A1)
25	I.2	Funcții. Funcții definite pe mulțimi finite
36	I.3	Funcția de forma $f: D \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$
48		Teste de evaluare
53		Fișă pentru portofoliul individual (A2)
55	I.4	Elemente de statistică: indicatorii tendinței centrale
63		Teste de evaluare
65		Fișă pentru portofoliul individual (A3)
67	I.5	Probleme pentru performanță școlară și olimpiade

I

Calcul algebric în $\mathbb{R}$. Funcții. Elemente de statistică

LIBRIS We know books

Ecuația de gradul al doilea cu o necunoscută

Ecuațiile de forma:

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ unde } a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0,$$

se numesc *ecuații de gradul al doilea* cu coeficienți reali.
Numerele reale a, b, c se numesc *coeficienții ecuației*, iar x este numit *necunoscută*.
Un număr real x_0, pentru care $ax_0^2 + bx_0 + c = 0$, se numește soluție a ecuației.

Exemple

1. Coeficienții ecuației $5x^2 + 8x - 4 = 0$ sunt $a = 5$, $b = 8$, $c = -4$.
   Numărul real -2 este o soluție a acestei ecuații, deoarece $5 \cdot (-2)^2 + 8 \cdot (-2) - 4 = 0$.
2. Coeficienții ecuației $x^2 + 4x - 21 = 0$ sunt $a = 1$, $b = 4$, $c = -21$.
   O soluție a acestei ecuații este 3, întrucât $3^2 + 4 \cdot 3 - 21 = 0$. Cum $(-7)^2 + 4 \cdot (-7) - 21 = 0$, deducem că -7 este o altă soluție. Putem nota: $x_1 = 3$ și $x_2 = -7$.
3. Ecuația $2x^2 - 6x = 0$ are coeficienții $a = 2$, $b = -6$, $c = 0$, deoarece ecuația se scrie și sub forma $2x^2 - 6x + 0 = 0$. Se observă că 0 este soluție a acestei ecuații. O altă soluție este 3.
4. Ecuația $4x^2 + 11 = 0$ se poate rescrie $4x^2 + 0 \cdot x + 11 = 0$, deci are coeficienții $a = 4$, $b = 0$, $c = 11$. Această ecuație nu are soluții reale, deoarece $4x^2 + 11 > 0$, pentru orice număr real x.

Observație. Ecuațiile de gradul al doilea care au una dintre formele:

(1) $ax^2 + bx = 0$; (2) $ax^2 + c = 0$

se numesc ecuații de gradul al doilea incomplete.

Metode de rezolvare a ecuației de gradul al doilea

Având în vedere că produsul a două numere reale este egal cu 0 dacă și numai dacă cel puțin unul dintre factori este 0, pentru a rezolva o ecuație de gradul al doilea de forma:

$$(E)\ ax^2 + bx + c = 0, \text{ unde } a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0,$$

este suficient să descompunem expresia $ax^2 + bx + c$ ca produs de factori de forma $mx + n$.

De exemplu, ecuația $x^2 = p$, $p > 0$, învățată în clasa a VII-a, are soluțiile $x_1 = -\sqrt{p}$ și $x_2 = \sqrt{p}$, întrucât au loc echivalențele:

$$x^2 = p \Leftrightarrow x^2 - p = 0 \Leftrightarrow x^2 - \left(\sqrt{p}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \left(x + \sqrt{p}\right)\left(x - \sqrt{p}\right) = 0.$$

În cele ce urmează, vom prezenta rezolvarea ecuațiilor de gradul al doilea incomplete (pentru care $b = 0$ sau $c = 0$), metoda descompunerii în factori și metoda completării pătratului unei sume, din care vom deduce formula generală de rezolvare a ecuației de gradul al doilea.

LIBRIS We know books

Rezolvarea ecuațiilor de gradul al doilea incomplete

Ecuațiile de forma $ax^2 + bx + c = 0$, unde $a \neq 0$, iar $b = 0$ sau $c = 0$, se pot rezolva utilizând strategii învățate anterior: descompunerea în factori și rezolvarea ecuației de forma $x^2 = r$, $r \in \mathbb{R}$.

1. Ecuația $ax^2 + bx = 0$, cu $b \neq 0$, se rescrie $x(ax + b) = 0$ și are două soluții: $x_1 = 0$, $x_2 = -\frac{b}{a}$.
2. Ecuația $ax^2 + c = 0$, cu $c \neq 0$, este echivalentă cu $x^2 = -\frac{c}{a}$.

   Dacă $-\frac{c}{a} < 0$, ecuația nu are soluții. Dacă $-\frac{c}{a} > 0$, atunci ecuația are două soluții: $x_{1,2} = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$.
3. Ecuația $ax^2 = 0$ este echivalentă cu $x^2 = 0$ și este verificată doar de numărul real 0.

Exemple

1. Ecuația $x^2 + 6x = 0$ se scrie $x(x + 6) = 0$, de unde rezultă $x = 0$ sau $x + 6 = 0$.
   Ecuația are două soluții reale: $x_1 = 0$, $x_2 = -6$.
2. Ecuația $2x^2 - 18 = 0$ se scrie $2x^2 = 18$ sau $x^2 = 9$ și are două soluții reale: $x_1 = -3$ și $x_2 = 3$.
3. Ecuația $4x^2 + 56 = 0$ este echivalentă cu $4x^2 = -56$ sau cu $x^2 = -14$.
   Această ecuație nu are soluții reale.

Metoda descompunerii în factori

Această metodă constă în scrierea expresiei $ax^2 + bx + c$ ca produs de doi factori de forma $mx + n$:

$$ax^2 + bx + c = (m_1x + n_1)(m_2x + n_2),$$

unde m_1, n_1, m_2, n_2, sunt numere reale, cu $m_1m_2 \neq 0$.
Dacă o astfel de descompunere se poate realiza, ecuația $ax^2 + bx + c = 0$ are două soluții reale:

$$x_1 = -\frac{n_1}{m_1},\ x_2 = -\frac{n_2}{m_2}.$$

În cazul $a = 1$, des întâlnit în exerciții, putem considera $m_1 = m_2 = 1$, pentru care obținem:

$$(*)\quad x^2 + bx + c = (x + n_1)(x + n_2).$$

Deoarece:

$$(x + n_1)(x + n_2) = x^2 + (n_1 + n_2)x + n_1n_2,$$

pentru a găsi o descompunere de forma $(*)$ este suficient să determinăm două numere reale n_1 și n_2 astfel încât $n_1 + n_2 = b$ și $n_1n_2 = c$.

Exemple

1. Considerăm ecuația $x^2 + 8x + 12 = 0$. Două numere cu suma 8 și produsul 12 sunt 2 și 6.
   Au loc echivalențele:

   $$x^2 + 8x + 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 6x + 12 = 0 \Leftrightarrow x(x + 2) + 6(x + 2) = 0 \Leftrightarrow (x + 6)(x + 2) = 0,$$

   de unde rezultă că ecuația are două soluții reale: $x_1 = -6$, $x_2 = -2$.
2. Pentru a rezolva ecuația $x^2 - 3x - 10 = 0$ prin metoda descompunerii în factori, căutăm două numere reale cu suma -3 și produsul -10. Întrucât $-10 = 2 \cdot (-5)$ și $-3 = 2 + (-5)$, obținem:

   $$x^2 - 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 5x - 10 = 0 \Leftrightarrow x(x + 2) - 5(x + 2) = 0 \Leftrightarrow (x - 5)(x + 2) = 0,$$

   deci ecuația $x^2 - 3x - 10 = 0$ are două soluții reale: $x_1 = -2$, $x_2 = 5$.

LIBRIS we know books

Metoda completării pătratului unei sume/diferențe

Folosind formulele de calcul al pătratului unei sume sau al unei diferențe, au loc egalitățile:

$$(mx+n)^2 = m^2x^2 + 2mnx + n^2; \qquad (mx-n)^2 = m^2x^2 - 2mnx + n^2.$$

Metoda completării pătratului unei sume/diferențe presupune prelucrarea ecuației $ax^2+bx+c=0$ astfel încât termenii ax^2 și bx să se poată scrie sub forma m^2x^2, respectiv $2mnx$, urmată de completarea formulei corespunzătoare cu termenul n^2, adunând sau scăzând un număr convenabil.

Exemple

1 Fie ecuația $x^2+6x-40=0$.
Suma x^2+6x face parte dintr-o dezvoltare de forma $(x+n)^2$ și, întrucât $6x = 2\cdot x\cdot 3$, rezultă $n=3$. Pentru a obține pătratul unei sume, vom completa suma x^2+6x cu termenul $3^2=9$. Ecuația se scrie echivalent astfel:

$$x^2+6x-40=0 \Leftrightarrow (x^2+2\cdot 3\cdot x+9)-40-9=0 \Leftrightarrow (x+3)^2-49=0 \Leftrightarrow (x+3)^2=49.$$

Rezultă că $x+3=-7$ sau $x+3=7$, deci ecuația are două soluții reale: $x_1=-10$ și $x_2=4$.

2 Fie ecuația $x^2-10x-8=0$. Suma x^2-10x face parte dintr-o dezvoltare de forma $(x-n)^2$ și, întrucât $10x = 2\cdot x\cdot 5$, pentru a obține pătratul unei diferențe, vom completa cu termenul $5^2=25$. Ecuația se scrie echivalent astfel:

$$x^2-10x-8=0 \Leftrightarrow (x^2-2\cdot 5\cdot x+25)-8-25=0 \Leftrightarrow (x-5)^2-33=0 \Leftrightarrow (x-5)^2=33.$$

Rezultă $x-5=-\sqrt{33}$ sau $x-5=\sqrt{33}$. Ecuația are două soluții reale: $x_1=5-\sqrt{33}$ și $x_2=5+\sqrt{33}$.

3 Considerăm ecuația $4x^2-20x+9=0$. Întrucât $4x^2=(2x)^2$ și $20x = 2\cdot 2x\cdot 5$, obținem:

$$4x^2-20x+9=0 \Leftrightarrow (2x)^2-2\cdot 2x\cdot 5+25+9-25=0 \Leftrightarrow (2x-5)^2-16=0 \Leftrightarrow (2x-5)^2=16,$$

de unde rezultă $2x-5=-4$ sau $2x-5=4$. Ecuația are două soluții reale: $x_1=\frac{1}{2}$, $x_2=\frac{9}{2}$.

4 Fie ecuația $-4x^2+24x-36=0$. Împărțind ambii membri ai ecuației prin -4, ecuația devine $x^2-6x+9=0$, adică $(x-3)^2=0$. Rezultă că $x-3=0$, deci ecuația are doar soluția $x=3$.
Observație. Deoarece egalitatea $(x-3)^2=0$ se poate scrie și $(x-3)(x-3)=0$, iar produsul a doi factori este 0 dacă unul dintre factori este 0, prin convenție se spune că ecuația $(x-3)^2=0$ are două soluții reale egale: $x_1=x_2=3$.

Formula generală de rezolvare a ecuației de gradul al doilea

Metoda descompunerii în factori pune în evidență o strategie generală de rezolvare a ecuației de gradul al doilea. Considerăm ecuația:

$$ax^2+bx+c=0, \text{ unde } a, b, c\in\mathbb{R}, a\neq 0.$$

Împărțind ambii membri ai ecuației prin a, obținem: $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$.

Formăm pătratul unei sume: $x^2+2\cdot x\cdot\frac{b}{2a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}=0$, de unde $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$.

a Dacă $b^2-4ac<0$, ecuația nu are soluții, deoarece în ultima egalitate, membrul stâng este mai mare sau egal cu 0, iar membrul drept este negativ.

b Dacă $b^2-4ac=0$, ecuația devine $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=0$ și are două soluții reale egale: $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$.

LIBRIS We know books

c Dacă $b^2-4ac>0$, obținem $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\left(\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)^2$, de unde rezultă că $x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

Ecuația are două soluții reale distincte: $x_1=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ și $x_2=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

Formula generală de rezolvare a ecuației de gradul al doilea

Fie ecuația de gradul al doilea $ax^2+bx+c=0$, unde $a, b, c\in\mathbb{R}$, $a\neq 0$.
Numărul b^2-4ac se numește *discriminantul ecuației* și se notează cu Δ (*delta*). Atunci:

a dacă $\Delta<0$, ecuația $ax^2+bx+c=0$ nu are nicio soluție reală;

b dacă $\Delta=0$, ecuația $ax^2+bx+c=0$ are două soluții reale egale: $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}$;

c dacă $\Delta>0$, ecuația $ax^2+bx+c=0$ are două soluții reale distincte: $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$.

Etapele de rezolvare a unei ecuații de gradul al doilea utilizând formula generală

1 Fie ecuația $x^2+16x+39=0$.
Pasul 1 Identificăm coeficienții ecuației: $a=1$, $b=16$, $c=39$.
Pasul 2 Calculăm discriminantul ecuației: $\Delta=b^2-4ac=16^2-4\cdot 1\cdot 39=256-156=100$.
Pasul 3 Precizăm natura soluțiilor: deoarece $\Delta>0$, ecuația are două soluții reale diferite.
Pasul 4 Aflăm soluțiile ecuației: $x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-16-10}{2}=-13$, $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-16+10}{2}=-3$.

2 Fie ecuația $x^2+8x+16=0$.
Pasul 1 Identificăm coeficienții ecuației: $a=1$, $b=8$, $c=16$.
Pasul 2 Calculăm discriminantul ecuației: $\Delta=b^2-4ac=8^2-4\cdot 1\cdot 16=64-64=0$.
Pasul 3 Precizăm natura soluțiilor: cum $\Delta=0$, ecuația are două soluții reale egale.
Pasul 4 Determinăm soluțiile ecuației: $x_1=x_2=-\frac{b}{2a}=-\frac{8}{2}=-4$.

3 Fie ecuația $2x^2-11x+19=0$.
Pasul 1 Identificăm coeficienții ecuației: $a=2$, $b=-11$, $c=19$.
Pasul 2 Calculăm discriminantul ecuației: $\Delta=b^2-4ac=(-11)^2-4\cdot 2\cdot 19=121-152=-31$.
Pasul 3 Precizăm natura soluțiilor: deoarece $\Delta<0$, ecuația nu are soluții reale.

Exersare

Activitate pe echipe

1 Lucrând în echipă cu colegul de bancă, completați, în tabelele următoare, coeficienții fiecăreia dintre ecuațiile de gradul al doilea indicate, ca în modelul dat:

$ax^2+bx+c=0$	a	b	c
$8x^2-13x+5=0$	8	−13	5
$2x^2-7x+4=0$			
$-3x^2+12x-11=0$			
$-x^2-x+6=0$			

$ax^2+bx+c=0$			
$7x^2+14x=0$			
$-5x^2=0$			
$4x^2-9=0$			
$2x^2-3x-35=0$			

Activitate online

2 Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții.

P_1: $x = 1$ este soluție a ecuației $x^2 - 9x + 8 = 0$.

P_2: $x = 2$ este soluție a ecuației $x^2 + 5x - 14 = 0$.

P_3: $x = -2$ este soluție a ecuației $3x^2 - 5x - 22 = 0$.

P_4: $x = -1$ nu este soluție a ecuației $x^2 + 8x - 4 = 0$.

P_5: $x = 1$ nu este soluție a ecuației $7x^2 - 4x - 3 = 0$.

P_6: $x = -4$ nu este soluție a ecuației $-2x^2 + 7x - 4 = 0$.

P_7: $x = 1$ este soluție a ecuației $19x^2 + 32x - 51 = 0$.

P_8: $x = -1$ nu este soluție a ecuației $13x^2 + 47x + 34 = 0$.

P_9: $x = \sqrt{5}$ este soluție a ecuației $-2x^2 + x\sqrt{5} + 5 = 0$.

P_{10}: $x = 1 - \sqrt{2}$ este soluție a ecuației $x^2 - 3x - \sqrt{2} = 0$.

Activitate pe echipe

3 Lucrând în echipă cu colegul de bancă, completați tabelul următor. Pentru fiecare ecuație, calculați discriminantul și precizați numărul de soluții reale, ca în modelul dat:

	Ecuația	Discriminantul (Δ)	Numărul soluțiilor reale
a	$2x^2 - 5x + 1 = 0$	$\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 17$	Ecuația are două soluții reale distincte.
b	$-3x^2 + 7x - 5 = 0$	$\Delta = 7^2 - 4 \cdot (-3) \cdot (-5) = -11$	Ecuația nu are soluții reale.
c	$x^2 + 13x + 12 = 0$		
d	$-8x^2 - 10x - 2 = 0$		
e	$2x^2 + 8x + 8 = 0$		
f	$5x^2 - 12x + 9 = 0$		
g	$-2\sqrt{2}x^2 + 4x + 1 = 0$		
h	$-x^2 + 4\sqrt{3}x - 12 = 0$		
i	$-5x^2 + 3x - \frac{1}{4} = 0$		
j	$\frac{3}{4}x^2 - \sqrt{\frac{75}{8}}x + \frac{11}{9} = 0$		

Activitate online

4 Rezolvați următoarele ecuații de gradul al doilea incomplete:

a $3x^2 + 9x = 0$; b $-2x^2 + 10x = 0$; c $6x^2 + \sqrt{12}x = 0$; d $-3\sqrt{2}x^2 - 5x = 0$;

e $17x^2 - 153 = 0$; f $-12x^2 + 25 = 0$; g $11x^2 + 33 = 0$; h $-4x^2 - 7\sqrt{2} = 0$.

5 Rezolvați ecuațiile următoare, utilizând metoda descompunerii în factori:

a $x^2 - 10x + 9 = 0$; b $x^2 + 8x + 15 = 0$; c $3x^2 + 11x + 8 = 0$; d $6x^2 - 17x + 10 = 0$;

e $3x^2 + 8x + 4 = 0$; f $x^2 + 8x - 20 = 0$; g $x^2 - 3x - 40 = 0$; h $5x^2 + 8x - 21 = 0$.

LIBRIS We know books

Activitate pe echipe



6 Rezolvați ecuațiile următoare, utilizând metoda completării până la pătratul unei sume sau al unei diferențe.

a $x^2 - 6x - 16 = 0$; b $x^2 + 10x - 75 = 0$; c $x^2 + 14x + 24 = 0$; d $x^2 - 12x + 35 = 0$;

e $4x^2 + 12x + 5 = 0$; f $9x^2 - 30x + 24 = 0$; g $x^2 - 5x - 14 = 0$; h $9x^2 - 8x - 52 = 0$.

Indicație. g $x^2 - 5x - 14 = x^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{5}{2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 14 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{81}{4}$.

7 Utilizând formula generală de rezolvare a ecuației de gradul al doilea, determinați mulțimea soluțiilor ecuațiilor:

a $x^2 + 17x + 60 = 0$; b $x^2 - 17x + 60 = 0$; c $x^2 + 5x - 24 = 0$; d $-x^2 + 5x + 24 = 0$;

e $6x^2 - 24x + 24 = 0$; f $-6x^2 - 36x - 54 = 0$; g $x^2 + 2x + 7 = 0$; h $x^2 + x + 1 = 0$;

i $x^2 - 11x + 28 = 0$; j $x^2 - 14x + 33 = 0$; k $6x^2 - 4x - 2 = 0$; l $2x^2 - 3x - 9 = 0$;

m $3x^2 - 7x + 12 = 0$; n $-x^2 + 7x + 18 = 0$; o $2x^2 + 4x - 7 = 0$; p $4x^2 - 3x - 2 = 0$.

8 Determinați numerele reale x care verifică egalitățile:

a $x^2 + 9 = 10x$; b $x^2 + 36 = 13x$; c $x^2 + x = 12$; d $x^2 + 4x = 21$;

e $x^2 - 45 = 12x$; f $9x + 45 = 2x^2$; g $3x^2 + 2x = 16$; h $3x^2 + 4x = 4$.

9 Aduceți ecuațiile următoare la forma $ax^2 + bx + c = 0$ și apoi rezolvați-le:

a $3x(x - 1) + 4x - 4 = 0$; b $(x - 2)(x + 2) = 3x$; c $\frac{x^2 + 5}{2} - 4 = \frac{-1 - 3x}{4}$;

d $4x(x + 2) = 2(4x + 3)$; e $3x(x - 4) + 7 = 2x - 1$; f $(x - 6)(x + 6) + 12 = 2x$;

g $\frac{x^2 - 5x}{2} + x = \frac{4x - 5}{3}$; h $\frac{x(x-3)}{2} = \frac{x+7}{3}$; i $\frac{(x+1)(x+2)}{2} - \frac{x(4x-1)}{3} = x - 9$.

10 Determinați numărul real m pentru care ecuațiile date au soluțiile specificate și rezolvați ecuațiile:

a $x^2 - 7x + m = 0$, $1 \in S$; b $3x^2 - (2m - 5)x + 12 = 0$, $-4 \in S$;

c $-2x^2 + 5x + 3m + 13 = 0$, $2 \in S$; d $(m - 1)x^2 - 7x + 10 = 0$, $5 \in S$;

e $2mx^2 + 5mx + 6 = 0$, $-1 \in S$; f $(m + 1)x^2 + (2m - 5)x + 26 = 0$, $2 \in S$.

11 a Determinați numărul real m știind că -2 este soluție a ecuației $x^2 - 3mx + m^2 + 1 = 0$.

b Determinați numărul real m știind că -5 este soluție a ecuației $x^2 + 4mx + 2m^2 + 17 = 0$.

c Determinați numărul real m știind că 1 este soluție a ecuației $35x^2 + 2mx - m^2 = 0$.

12 Determinați numărul real m în fiecare dintre cazuri, știind că ecuațiile următoare au o singură soluție:

a $5x^2 - 7x + m = 0$; b $-x^2 + 12x + 3m = 0$; c $3x^2 - 6x + m - 2 = 0$;

d $x^2 + 4x + m - 1 = 0$; e $25x^2 + 40x + m = 0$; f $x^2 - 10x + m = 0$.

13 Determinați numerele reale m pentru care ecuațiile următoare au două soluții reale distincte:

a $x^2 + 4x - m = 0$; b $3x^2 - 6x + m + 2 = 0$; c $mx^2 - (m + 1)x + 1 = 0$.

14 Determinați numerele reale m pentru care ecuațiile următoare nu au soluții reale:

a $-x^2 + x + m = 0$; b $2x^2 + 12x + 3m = 0$; c $mx^2 + 2x - 1 = 0$.

15 **a** Diferența dintre pătratul unui număr real și triplul numărului este 54. Aflați numărul.

b Suma dintre un număr real și dublul inversului său este $\frac{17}{6}$. Aflați numărul.

Activitate pe echipe

16 **a** Diferența a două numere reale este egală cu 9, iar produsul lor este 70. Aflați numerele.

b Suma a două numere reale este 31, iar produsul lor este 240. Aflați numerele.

c Suma a două numere reale este 4, iar suma inverselor lor este tot 4. Aflați numerele.

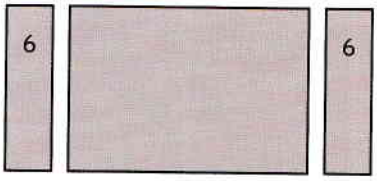
17 **a** Suma a două numere reale este 12, iar suma pătratelor lor este 74. Aflați numerele.

b Diferența a două numere reale este -8 , iar suma pătratelor lor este 130. Aflați numerele.

c Aflați două numere reale pozitive cu media aritmetică egală cu 13 și media geometrică egală cu 12.

18 Ioana are un frate cu 5 ani mai mare decât ea. Produsul vârstelor celor doi copii este egal cu suma vârstelor părinților. Știind că mama este cu 4 ani mai mică decât tatăl, iar la nașterea primului copil, mama avea 28 de ani, aflați vârsta celor patru membri ai familiei Ioanei.

19 O tribună are 756 de locuri pe scaune. În zonele laterale sunt câte 6 scaune pe rând, ca în figura alăturată. În zona centrală, numărul de scaune de pe fiecare rând este cu 12 mai mare decât numărul de rânduri. Aflați numărul de locuri din zona centrală.

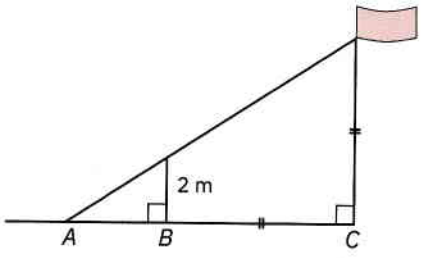


20 Un grup de foști colegi vor să închirieze un restaurant pentru o reuniune, plătind 1080 de lei. În urma unor evenimente neprevăzute, trei persoane nu mai pot participa, ceea ce face ca prețul închirierii să crească cu 5 lei de persoană. Aflați numărul participanților la reuniune.

21 Determinați dimensiunile unui dreptunghi care are lungimea cât triplul lățimii și aria de 75 cm^2.

22 Aria unui dreptunghi este egală cu 78 m^2, iar lățimea este cu 7 metri mai mică decât lungimea. Determinați perimetrul dreptunghiului.

23 În figura alăturată, distanța dintre punctele B și C este cu 3 m mai mare decât distanța dintre punctele A și B. Aflați la ce înălțime se află steagul, știind că aceasta este egală cu distanța de la B la C.



24 Determinați lungimea ipotenuzei unui triunghi dreptunghic, știind că aria triunghiului este egală cu 84 m^2, iar lungimea unei catete este cu 10 metri mai mare decât dublul lungimii celeilalte catete.

25 **a** Un triunghi dreptunghic are lungimile laturilor de x cm, $2x+2$ cm și $2x+3$ cm, $x \in \mathbb{R}_+$. Calculați perimetrul și aria triunghiului.

b Un triunghi dreptunghic are lungimile laturilor de x cm, $x+7$ cm și $x+9$ cm, unde $x>0$ este un număr real. Calculați aria cercului circumscris triunghiului.